

Erweiterter euklidischer Algorithmus

Eingabe: $m, n \in \mathbb{N}$ ($m \leq n$)

Ausgabe: $x, y \in \mathbb{Z}$ mit $mx + ny = \text{ggT}(m, n)$

Beispiel 1

$$36x + 97y = 1$$

| | | | | |
|-----|------------|--------------------|------------------------|-----|
| n | m | | n | m |
| 97 | 36 | | 97 | 36 |
| 36 | \swarrow | $97 \bmod 36 = 25$ | 36 | 25 |
| 25 | \swarrow | $36 \bmod 25 = 11$ | 25 | 11 |
| 11 | \swarrow | ... | 11 | 3 |
| | | | 3 | 2 |
| | | | 2 | 1 |
| | | | $\text{ggT}(n, m) = 1$ | 0 |

Rückwärtseinsetzen:

| | | | | | | | | |
|-----|-----|---|------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| n | m | x | y | | n | m | x | y |
| 97 | 36 | | | | 97 | 36 | -35 | 13 |
| 36 | 25 | | | | 36 | 25 | 13 | -9 |
| 25 | 11 | | | | 25 | 11 | -9 | 4 |
| 11 | 3 | $1 - (-1) \cdot \lfloor \frac{11}{3} \rfloor = 4$ | \swarrow | ... | 11 | 3 | 4 | -1 |
| 3 | 2 | $0 - 1 \cdot \lfloor \frac{3}{2} \rfloor = -1$ | \swarrow | | 3 | 2 | -1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | \swarrow | | 2 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | | | | 1 | 0 | | |

Lösung:

Die Lösung der diophantischen Gleichung $36x + 97y = 1$ ist $x = -35$ und $y = 13$

Test:

$$\underbrace{36 \cdot -35}_{-1260} + \underbrace{97 \cdot 13}_{1261} = 1$$